

РАЦІОНАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ РОЗГОНОМ ПОВНОПРИВІДНОГО ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ

Подригало М. А.¹, Кайдалов Р. О.², Кудімов С. А.², Єфімчук В. М.³

¹Харківський Національний автомобільно-дорожній університет

²Національна академія Національної гвардії України

³Кременчуцька автошкола №1

Анотація. Виконано дослідження раціональних законів управління тяговими моментами на колесах повнопривідного електромобіля. Отримані аналітичні вирази управління тяговими моментами електродвигунів, що забезпечують стійкість машини при розгоні з найменшими витратами потужності та з максимально можливою інтенсивністю.

Ключові слова: електромобіль, стійкість руху, прискорення, витрати потужності, тягові моменти.

Вступ

Застосування автомобілів з електроприводом ведучих коліс дозволяє не тільки знизити витрати енергії на рух [1], але й підвищує стійкість машини при розгоні за рахунок регулювання розподілу тягових зусиль (моментів) між колесами передньої і задньої осей автомобіля [2].

У цій статті наведені результати дослідження раціональних законів управління тяговими моментами на колесах повнопривідного електромобіля, що забезпечують стійкість машини як при розгоні з найменшими витратами потужності, так і при розгоні з максимально можливою інтенсивністю.

Отримані результати можуть бути використані також при створенні автомобілів з комбінованою енергетичною установкою (гібридних автомобілів).

Аналіз публікацій

Дослідженню раціональних характеристик автомобіля при розгоні присвячені роботи [3, 4]. В роботі [3] визначено раціональний закон зміни лінійного прискорення автомобіля \dot{V}_a при розгоні, що забезпечує максимальне збільшення лінійної швидкості V_a при найменших витратах потужності двигуна. Зазначений закон має такий вигляд:

$$(\dot{V}_a)_{\text{рац}} = \frac{8gf}{\delta_{\text{сп}}} \frac{\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} + V_a^2}{\left(\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} - V_a^2 \right)^2} V_a^2, \quad (1)$$

де g – прискорення вільного падіння;

f – коефіцієнт опору коченню коліс;

$\delta_{\text{об}}$ – коефіцієнт обліку обертових мас трансмісії і двигуна;

m_a – маса автомобіля;

C_x – коефіцієнт лобового аеродинамічного опору;

ρ – щільність повітря;

F – площа лобового перетину (мідель) автомобіля;

V_a – лінійна швидкість автомобіля.

Для повнопривідного автомобіля при реалізації граничних сил по зчепленню ведучих коліс з дорогою отриманий вираз [1]:

$$(\dot{V}_a)_{\text{гран}} = \frac{g\varphi - \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2}{\delta_{\text{сп}}}, \quad (2)$$

де φ – коефіцієнт зчеплення ведучих коліс з дорогою.

В роботі [4] визначено, що, за умови забезпечення курсової стійкості автомобіля при розгоні, його прискорення не повинно перевищувати $(\dot{V}_{a \text{ ст}})_{\text{max}}$ яке може бути визначене з виразу (3).

В роботі [4] визначено коефіцієнт розподілу сумарної дотичної реакції на передню вісь, ідеальний з точки зору забезпечення стійкості автомобіля при розгоні (4).

$$(\dot{V}_{acm})_{max} = \varphi g \frac{\frac{b}{a} \frac{h-r_d}{L}}{0,5 \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \left[K_R^2 - \left(\varphi \frac{h-r_d}{L} \right)^2 \right] - \frac{b^2}{a^2} (K_R - 0,5)} - \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2, \quad (3)$$

$$K_R^{i0} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) - \frac{a^2}{b^2} \left\{ 1 - \varphi^2 \frac{h-r_d}{b} \left[\frac{2g \frac{a}{L}}{\dot{V}_a + \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2} - \frac{h-r_d}{L} \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \right\}}}{1 - \frac{a^2}{b^2}}, \quad (4)$$

де r_d – динамічний радіус ведучих коліс;

a, b – відстань від передньої і задньої осей автомобіля до проекції центра мас на горизонтальну площину, що проходить через ці вісі (горизонтальні координати центру мас автомобіля);

h – висота центру мас автомобіля;

K_R – коефіцієнт розподілу сумарної дотичної реакції на колеса передньої осі автомобіля [5]:

$$K_R = \frac{R_{\kappa_1}}{R_{\kappa_1} + R_{\kappa_2}}, \quad (5)$$

де $R_{\kappa_1}, R_{\kappa_2}$ – сумарні дотичні реакції дороги на колесах передньої і задньої осей автомобіля відповідно [6];

L – повздовжня колісна база автомобіля [7]:

$$L = a + b. \quad (6)$$

В роботі [4] також визначено сумарні крутні моменти на колесах передньої і задньої осей, ідеальні з точки зору забезпечення курсової стійкості автомобіля при розгоні, які при прийнятті $r_k = r_d$ визначаються:

$$M_{\kappa_1}^{i0} = m_a r_d \left[\left((\dot{V}_a)_{pauc} + \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2 \right) K_R^{i0} + fg \left(\frac{b}{L} - \frac{R_K}{m_a g} \frac{h-r_d}{L} \right) + \frac{J_{\kappa_1}}{m_a r_d^2} (\dot{V}_a)_{pauc} \right], \quad (7)$$

$$M_{\kappa_2}^{i0} = m_a r_d \left[\left((\dot{V}_a)_{pauc} + \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2 \right) (1 - K_R^{i0}) + \right.$$

$$\left. + fg \left(\frac{a}{L} + \frac{R_K}{m_a g} \frac{h-r_d}{L} \right) + \frac{J_{\kappa_2}}{m_a r_d^2} (\dot{V}_a)_{pauc} \right], \quad (8)$$

де $J_{\kappa_1}, J_{\kappa_2}$ – моменти інерції обертових мас трансмісії та двигуна, приведені до коліс передньої і задньої осей автомобіля відповідно;

R_K – сумарна дотична реакція дороги на всіх колесах автомобіля:

$$R_K = R_{\kappa_1} + R_{\kappa_2}. \quad (9)$$

Однак у відомих дослідженнях [3,4] не визначені закони управління тяговими моментами електродвигунів передніх і задніх коліс, ідеальні за умовою як розгону з мінімальними витратами потужності, так і за умови забезпечення курсової стійкості автомобіля. Також не розглянуто закони управління тяговими моментами при розгоні на межі втрати зчеплення ведучих коліс з дорогою.

Ціль та постановка завдання

Метою дослідження є підвищення курсової стійкості і енергетичної ефективності при розгоні повнопривідних електромобілів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- визначити закон управління тяговими моментами на колесах, що забезпечує стійкість електромобіля при розгоні з найменшими витратами потужності;

- визначити закони управління тяговими моментами на колесах, які забезпечують стійкість електромобіля при розгоні на межі зчеплення коліс з дорогою.

Визначення крутних моментів на колесах автомобіля для розгону

Визначимо ідеальний сумарний крутний момент на всіх колесах автомобіля при розгоні з найменшими витратами потужності. Для цього підсумуємо ліві і праві частини рівнянь (7) і (8):

$$\sum M_K^{i0} = M_{K_1}^{i0} + M_{K_2}^{i0} = m_a r_d [(\dot{V}_a)_{\text{пau}} \times \left(1 + \frac{J_{k_1} + J_{k_2}}{m_a r_d^2} \right) + fg + \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2]. \quad (10)$$

Підставляючи вираз (1) в рівняння (10) і враховуючи, що:

$$1 + \frac{J_{k_1} + J_{k_2}}{m_a r_d^2} = \delta_{ob}, \quad (11)$$

з рештою отримаємо :

$$\sum M_K^{i0} = m_a r_d \left\{ fg + \left[\frac{\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} + V_a^2}{\left(\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} - V_a^2 \right)^2} + \frac{C_x \rho F}{2m_a} V_a^2 \right] \right\} \quad (12)$$

Вираз (12) дозволяє визначити сумарний крутний момент на всіх колесах автомобіля, ідеальний за умовою розгону з мінімальними витратами потужності.

Перетворивши вирази (7) і (8), і, нехтуючи величиною вищого порядку малості [8]:

$$fg \frac{R_K}{m_a g} \frac{h - r_d}{L} \cong 0, \quad (13)$$

отримаємо:

$$M_{K_1}^{i0} = m_a r_d [(\dot{V}_a)_{\text{пau}} \left(K_R^{i0} + \frac{J_{k_1}}{m_a r_d^2} \right) + \frac{C_x \rho F}{2m_a} K_R^{i0} V_a^2 + fg \frac{b}{L}], \quad (14)$$

$$M_{K_2}^{i0} = m_a r_d [(\dot{V}_a)_{\text{пau}} \left(1 - K_R^{i0} + \frac{J_{k_2}}{m_a r_d^2} \right) + \frac{C_x \rho F}{2m_a} (1 - K_R^{i0}) V_a^2 + fg \frac{a}{L}]. \quad (15)$$

Підставляючи рівняння (1) у вирази (14) і (15) отримаємо після перетворень:

$$M_{K_1}^{i0} = m_a r_d \left\{ fg \frac{b}{L} + \left[\frac{8gf \left(K_R^{i0} + \frac{J_{k_1}}{m_a r_d^2} \right)}{\delta_{ob}} \times \frac{\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} + V_a^2}{\left(\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} - V_a^2 \right)^2} + \frac{C_x \rho F}{2m_a} K_R^{i0} V_a^2 \right] \right\}, \quad (16)$$

$$M_{K_2}^{i0} = m_a r_d \left\{ fg \frac{a}{L} + \left[\frac{8gf \left(1 - K_R^{i0} + \frac{J_{k_2}}{m_a r_d^2} \right)}{\delta_{ob}} \times \frac{\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} + V_a^2}{\left(\frac{2}{3} \frac{m_a g f}{C_x \rho F} - V_a^2 \right)^2} + \frac{C_x \rho F}{2m_a} (1 - K_R^{i0}) V_a^2 \right] \right\}. \quad (17)$$

Беручи в рівнянні (5) $\dot{V}_a = (\dot{V}_a)_{\text{пau}}$ визначимо K_R^{i0} для розгону автомобіля з найменшими додатковими витратами потужності двигуна (18).

При реалізації граничних сил по зчепленню ведучих коліс з дорогою ідеальний коефіцієнт розподілу сумарної дотичної реакції на передню вісь буде визначено після підстановки виразу (2) в рівняння (5). В результаті отримаємо рівняння (19)

$$K_R^{i\dot{o}} = \frac{1 - \left[1 - \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \right] \left\{ 1 - \varphi^2 \frac{h-r_d}{b} \left[\frac{2g \frac{a}{L}}{\frac{2m_a g f}{3C_x \rho F} + V_a^2} - \frac{h-r_d}{L} \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \right\}}{1 - \frac{a^2}{b^2}}. \quad (18)$$

$$K_R^{i\dot{o}} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \left\{ 1 - \varphi \frac{h-r_d}{b} \left[2 \frac{a}{L} - \varphi \frac{h-r_d}{L} \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \right\}}}{1 - \frac{a^2}{b^2}}. \quad (19)$$

Сумарні крутний момент на колесах передньої і задньої осей при дотичних реакціях і рівних граничних силам зчеплення

$$R_{K_1} = \varphi R_{z_1}, \quad (20)$$

$$R_{K_2} = \varphi R_{z_2}, \quad (21)$$

будуть дорівнювати:

$$\left(M_{K_1}^{i\dot{o}} \right)_{cy} = r_d \varphi R_{z_1} + M_{f_1} + J_{K_1} \dot{\omega}_{K_1}, \quad (22)$$

$$\left(M_{K_2}^{i\dot{o}} \right)_{cy} = r_d \varphi R_{z_2} + M_{f_2} + J_{K_2} \dot{\omega}_{K_2}, \quad (23)$$

де $R_{z_1}; R_{z_2}$ – сумарні нормальні реакції дороги на колесах передньої і задньої осей автомобіля;

$M_{f_1}; M_{f_2}$ – сумарні моменти опору коченню передніх і задніх їх коліс відповідно;

$\dot{\omega}_{K_1}; \dot{\omega}_{K_2}$ – кутові прискорення передніх і задніх коліс автомобіля.

Враховуючи, що

$$M_{f_1} = f R_{z_1} r_d, \quad (24)$$

$$M_{f_2} = f R_{z_2} r_d, \quad (25)$$

перетворимо (22) та (23) до вигляду:

$$\begin{aligned} \left(M_{K_1}^{i\dot{o}} \right)_{3y} &= R_{z_1} r_d (\varphi + f) + J_{K_1} \dot{\omega}_{K_1} = \\ &= R_{z_1} r_d (\varphi + f) + J_{K_1} \frac{\dot{V}_a}{r_d}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \left(M_{K_2}^{i\dot{o}} \right)_{3y} &= R_{z_2} r_d (\varphi + f) + J_{K_2} \dot{\omega}_{K_2} = \\ &= R_{z_2} r_d (\varphi + f) + J_{K_2} \frac{\dot{V}_a}{r_d}. \end{aligned} \quad (27)$$

Сумарний крутний момент на всіх колесах автомобіля в зазначеному випадку буде визначатися

$$\begin{aligned} \sum \left(M_K^{i\dot{o}} \right)_{3y} &= \left(M_{K_1}^{i\dot{o}} \right)_{3y} + \left(M_{K_2}^{i\dot{o}} \right)_{3y} = \\ &= m_a g r_d (\varphi + f) + \frac{J_{K_1} + J_{K_2}}{r_d} \dot{V}_a = \\ &= m_a r_d \left[g (\varphi + f) + \frac{J_{K_1} + J_{K_2}}{m_a r_d^2} \dot{V}_a \right] = \\ &= m_a r_d [g (\varphi + f) + (\delta_{o\dot{o}} - 1) \dot{V}_a] = \\ &= m_a g r_d \left[\varphi + f + (\delta_{o\dot{o}} - 1) \frac{\dot{V}_a}{g} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Висновки

Отримані аналітичні вирази дозволяють скласти алгоритм управління електродвигунами передніх і задніх коліс автомобіля при розгоні з мінімальними додатковими витратами потужності двигуна при розгоні з максимальною інтенсивністю.

Література

1. Бажинов О. В., Смирнов О. П., Серіков С. А., Гнатов А. В., Колесніков А. В. Гібридні автомобілі. Х.: ХНАДУ, 2008. 327 с.
2. Баулина Е. Е., Круташов А. А., Серебряков В. В., Филонов А. И. Влияние межосевого

- перераспределения мощности на управляемость и устойчивость полноприводного автомобиля с комбинированной энергетической установкой. Журнал автомобильных инженеров. Москва, 2015. № 3. С. 34–37.
3. Кайдалов Р. О., Подригало М. А. Рациональна динамічна характеристика автомобіля. Вісник машинобудування та транспорту. Вінниця, 2017. № 2. С. 78–85.
 4. Подригало М. А., Бажинов О. В., Кайдалов Р. О., Глущенко В. В., Кудімов С. А. Синтез раціональних законів управління розподілом крутних моментів між осями при розгоні автомобіля. Вісник машинобудування та транспорту. Вінниця, 2018. №2. С. 85–95.
 5. Абрамов Д. В., Подригало Н. М., Подригало М. А., Полянський О. С., Файст В. Л. Динамічні властивості і стабільність функціонування автотранспортних засобів: монографія. Харків, ХНАДУ, 2014. 204 с.
 6. Сахно В. П., Поляков В. М., Костенко А. В., Сакно О. П., Лукічов О. В., Петров О. В., Мойся Д. Л. Експлуатаційні властивості автотранспортних засобів: навчальний посібник в 3 ч. Донецьк. Вид-во «Ноулідж», 2015. ч. 3. 400 с.
 7. Фалькевич Б. С. Теория автомобиля. М.: ГНТИМЛ, 1963. 241 с.
 8. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч.закл, 4-те вид. К.: Ігнатекс-Україна., 2013. 648 с.
- References**
1. Bazhynov O. V., Smyrnov O. P., Sierikov S. A., Hnatov A. V., Koliesnikov A. V. (2008) Hibrydni avtomobili [Hybrid cars]. Kh.: KhNADU. [in Ukrainian]
 2. Baulina E. E., Krutashov A. A., Serebryakov V. V., Filonov A. I. (2015) Vliyanie mezhozovogo pereraspredeleniya moshnosti na upravlyaemost i ustojchivost polnoprivodnogo avtomobilya s kombinirovannoj energeticheskoy ustanovkoj. [Influence of inter-axial redistribution of power on the handling and stability of a four-wheel drive vehicle with a combined power plant]. Zhurnal avtomobilnyh inzhenerov. Moskva, 3. 34-37. [in Russian]
 3. Kaidalov R. O., Podryhalo M. A. (2017) Ratsionalna dynamichna kharakterystyka avtomobilya. [Rational dynamic performance of the car]. Visnyk mashynobuduvannia ta transportu. Vinnytsia, 2. 78–85. [in Ukrainian]
 4. Podryhalo M. A., Bazhynov O. V., Kaidalov R. O., Hlushchenko V. V., Kudimov S. A. (2018) Syntez ratsionalnykh zakoniv upravlinnia rozpodilom krutnykh momentiv mizh osiamy pry rozghoni avtomobilya [Synthesis of rational laws governing the distribution of torque between axles when driving a car]. Visnyk mashynobuduvannia ta transportu. Vinnytsia, 2. 85–95. [in Ukrainian]
 5. Abramov D. V., Podryhalo N. M., Podryhalo M. A., Polianskyi O. S., Faist V. L. (2014) Dynamichni vlastyvosti i stabilnist funktsionuvannia avtotransportnykh zasobiv: monohrafiia. [Dynamic properties and stability of the functioning of vehicles: monograph]. Kharkiv, KhNADU. [in Ukrainian]
 6. Sakhno V. P., Poliakov V. M., Kostenko A. V., Sakno O. P., Lukichov O. V., Petrov O. V., Moisia D. L. (2015) Ekspluatatsiini vlastyvosti avtotransportnykh zasobiv: navchalnyi posibnyk v 3 ch. [Operational properties of motor vehicles: a manual at 3]. Donetsk. Vyd-vo «Noulidzh», 3. [in Ukrainian]
 7. Falkevich B. S. (1963) Teoriya avtomobilya. [Car theory]. M.: GNTIML. [in Russian]
 8. Dubovyk V. P., Yuryk I. I. (2013) Vyshcha matematika. [Higher mathematics]. Navch. posib. dlia stud. vyshch. na-vch.zakl, 4-te vyd. K.: Ihnateks-Ukraina. [in Ukrainian]
- Подригало Михайло Абович**¹, д.т.н., професор, тел. +380503011658, e-mail: pmikhab@gmail.com
Кайдалов Руслан Олегович², доктор технічних наук, доцент, полковник, тел. +380676823984, e-mail: kaidalov.76@ukr.net
Кудімов Сергій Анатолійович², ад'юнкт, підполковник, тел.+380500459531, e-mail: kudimov81@ukr.net
Єфімчук Валентин Михайлович³, викладач, тел.+380507253616, e-mail: valya.efimchuk@gmail.com
- ¹Харківський Національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого 25,
²Національна академія Національної гвардії України, 61001, Україна, м. Харків, майдан Захисників України, б.3,
³Кременчуцька автошкола № 1, 36900, Полтавська область, м. Кременчук, вул. Халаменюка 8.
- Рациональное управление разгоном полноприводного электромобиля**
Аннотация. *Выполнены исследования рациональных законов управления тяговыми моментами на колесах полноприводного электромобиля. Полученные аналитические выражения управления тяговыми моментами электродвигателей, обеспечивающих устойчивость машины при разгоне с наименьшими затратами мощности и с максимально возможной интенсивностью.*
Ключевые слова *электромобиль, устойчивость движения, ускорение, потери мощности, тяговые моменты.*
- Подригало Михаил Абович**¹, доктор технических наук, профессор, тел. +380503011658, e-mail: pmikhab@gmail.com.
Кайдалов Руслан Олегович², доктор техниче-

ких наук, доцент, полковник, тел. +380676823984, e-mail: kaidalov.76@ukr.net.

Кудимов Сергей Анатолієвич², ад'юнкт, підполковник, тел. +380500459531, e-mail: kudimov81@ukr.net.

Ефимчук Валентин Михайлович³, преподаватель, тел. +380507253616, e-mail: valya.efimchuk@gmail.com

¹Харьковский Национальный автомобильно-дорожный университет, 61002, Украина, г. Харьков, ул. Ярослава Мудрого 25,

²Национальная академия Национальной гвардии Украины, Украина, 61001, г. Харьков, площадь Защитников Украины, д.3.

³Кременчуцкая автошкола № 1, 36900, Полтавская область, г. Кременчук. ул. Халаменюка 8.

Rational acceleration control of an all-wheel drive vehicle.

Abstract. Problem. The improvement of ability rating of vehicles is a topical task which provides the promptness of transportation, improves the performance efficiency of vehicles by means of increasing the vehicle average speed. High dynamic characteristics are provided by mounting the powerful power units and by using the combined propulsion systems and powering cars recently. Using cars with driving wheels' electric drive helps not only decrease energy consumption, but also increases car stability by regulating distribution of traction moments between the front and rear axles. **Goal.** The goal is to increase the course-keeping ability and power efficiency during the acceleration of all-wheel drive electric cars. **Methodology.** The provision of stability of vehicle movement is reached by the redistribution of total tangential reaction of a vehicle wheels. The power consumption of a power unit is determined with the

help of rational law of the acceleration ramp changing during the acceleration that provides the most possible increase of line speed. **Results.** The relations allow to create the algorithm of control of vehicle front and rear wheels' electric motors during the acceleration with the minimum of additional engine power consumption while accelerating with the maximum intensity that can be implemented both for electric cars and for cars with combined propulsion systems. **Originality.** The laws of driveline engine tractive effort torque control during the acceleration are obtained at the limit of a clutch fade of drive wheels with the road that determines the performance of maximum acceleration by cars. **Practical value.** Increasing of vehicle energy efficiency and providing of safety of traffic.

Key words: electric car, stability of movement, power consumption, tractive effort torque.

Podrigalo Mikhail¹, Doctor of Technical science, Professor, tel. +380503011658, e-mail: pmikhab@gmail.com.

Kaidalov Ruslan², Doctor of Technical science, associate professor, colonel, tel. +380676823984, e-mail: kaidalov.76@ukr.net.

Kudimov Serhii², associate doctor, lieutenant colonel, tel.+380500459531, e-mail:kudimov81@ukr.net.

Yefimchuk Valentyn³, teacher, tel. +380507253616, e-mail: valya.efimchuk@gmail.com

¹Kharkiv National Automobile and Highway University, 61002, Ukraine, Kharkiv, Yaroslava Mudrogo str., 25,

²National Academy of National Guard of Ukraine, colonel, Ukraine, 61001, Kharkiv, maidan zakhystnykiv Ukrainy 3,

³Kremenchug driving school No. 1, Ukraine 36900, Kremenchuk. ul. Khalameniuka 8.