

## **ГРАФОАНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СИМЕТРУВАННЯ І ПОВНОЇ КОМПЕНСАЦІЇ РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ ДЛЯ ТРИФАЗНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ**

**Шимук Д. С.<sup>1</sup>,**

**<sup>1</sup>Харківський національний університет Повітряних сил імені Івана Кожедуба**

***Анотація.** Проведено попередній аналіз режиму роботи трифазної системи електропостачання з несиметричним навантаженням, визначено попередні вимоги до параметрів симетруючого пристрою, і наведена методика графоаналітичного розрахунку вказаних параметрів. Після перевірки ефективності симетрування і компенсації реактивної потужності і наступного розрахункового уточнення параметрів струми джерел живлення стали симетричними, реактивна потужність в мережі знижена практично до нуля.*

***Ключові слова:** трифазна система, несиметрія, симетруючий пристрій, компенсація реактивної потужності.*

### **Вступ**

Використання електричних двигунів у складі споживачів систем електропостачання різноманітного призначення є чинником зростання питомого рівня реактивної потужності, що виробляється в генераторах і циркулює в електромережах. Надлишок реактивної потужності призводить до таких негативних наслідків, як втрати в генераторах та лініях, падіння напруги в лініях, погіршення якості електричної енергії в мережах в цілому. Водночас, при широкому застосуванні однофазних двигунних споживачів має місце зміна активно-реактивних навантажень по фазах. Таке явище притаманне енергетиці залізниць, міському електротранспорту та ін. Нерівномірність завантаження фаз при її стохастичному характері виникнення призводить до виникнення понадструмів і збільшенню витрат в мережі. Тому симетрування струмів і зменшення циркуляції реактивної потужності в мережі є важливою задачею у справі забезпечення необхідної якості електричної енергії.

### **Аналіз публікацій**

Симетрування струмів і напруг в електричних трифазних системах електропостачання є важливішим засобом підвищення якості електропостачання [1, 2]. Саме симетруванням вирівнюються значення струмів в фазах ліній, завдяки чому джерела електроживлен-

ня завантажуються рівномірно. Крім того, симетрування сприяє зниженню струмів в мережах, а відповідно і зниженню втрат при транспортуванні електричної енергії [3].

Крім симетрування для зниження втрат при передачі електричної енергії необхідно забезпечувати передачу від джерела до навантаження лише активної потужності [3]. Для вирішення таких задач використовуються симетро-компенсуючі пристрої. Тому виникає необхідність визначення параметрів симетро-компенсуючих пристроїв, що за умови врахування активно-реактивних опорів ліній є досить складною задачею.

Саме врахування активно-реактивних опорів ліній, що з'єднують ідеальні джерела (з нескінченною потужністю) і несиметричне активно-реактивне навантаження, і є фактором, що ускладнює задачу визначення параметрів симетрування і компенсації [4-8].

Для рішення цієї задачі автори робіт [4 – 8] використовують оптимізаційні алгоритми. Так в роботі [4] запропоновано використання пошукової оптимізації і вказано, що аналітичним методом не вдається забезпечити точне симетрування в трифазній системі при врахуванні активно-реактивних опорів ліній. В [5] показано, як шляхом декомпозиції визначається сталий режим скомпенсованої системи і потім оптимізаційними методами визначаються параметри симетро-компенсуючого пристрою. В [6] для визначення параметрів

симетруючого пристрою застосовується пошукова оптимізація, а реалізація методу здійснена на візуальній моделі засобами програми MATLAB. В роботі [7] шляхом пошукової оптимізації розраховуються такі параметри симетро-компенсуючого пристрою, які мінімізують критерій, що враховує амплітуди зворотної, нульової послідовностей струму і фазу прямої послідовності струму. Автори роботи [8], при дослідженні режимів повної компенсації реактивної потужності за умови мінімізації критерію кульової квадратичної метрики реактивних потужностей кожного джерела електроенергії, встановили, що суттєвий вплив на кінцевий результат має вибір початкових значень параметрів оптимізації. Показано, що може існувати два сталих локальних оптимума, що означає неоднозначність рішення задачі оптимізації.

В [9] автор формулює і доводить теорему, яка дозволяє визначити необхідні провідності і реактивні струми гілок компенсуючого пристрою з несиметричною структурою, для яких еквівалентна провідність цих елементів і навантаження буде симетричною і активною. Наведено числовий приклад, але дослідження виконані для чотирипроводної схеми. В [10] розглядається задача симетрування напруг вузлів електричних мереж у фазних координатах. Тут заслуговує уваги ідея розрахунку "ін'єкції" реактивного несиметричного струму від компенсуючого пристрою до лінії, що живить несиметричне неоднорідне навантаження з реактивною складовою, що дає змогу реалізувати в трифазній мережі режим симетрії струмів і компенсації реактивної потужності.

Таким чином, встановлено, що необхідність врахування опорів ліній живлення несиметричного навантаження від симетричного трифазного джерела нескінченної потужності призводить до ускладнення визначення параметрів симетрування і компенсації реактивної потужності в трифазних системах електропостачання. Точне визначення таких параметрів забезпечують методи пошукової оптимізації. Але при невдалому виборі початкових значень параметрів режиму при використанні цих методів можливо отримати неоднозначні рішення.

Тому доцільним є аналітичне визначення параметрів симетрування і компенсації реактивної потужності з застосуванням запропонованої в [5] декомпозиції систем для розра-

хунку параметрів начального наближення, використаних в [6 - 8] комп'ютерних засобів обчислювальної математики, методу послідовних наближень з [4, 5], ідеї "ін'єкції" реактивного несиметричного струму від компенсуючого пристрою в лінію з [10]. Використання при цьому методів лінійної алгебри забезпечує отримання бажаного результату, а саме – такі параметри симетруючого пристрою, які забезпечать режим симетрування і повної компенсації реактивної потужності в трифазній системі електропостачання.

Для забезпечення адекватності дані для ілюстративного прикладу взято з роботи [6].

### Мета та постановка задачі

Метою статті є розробка методу визначення параметрів симетруючого пристрою для трифазних систем електропостачання, оснований на аналізі наявного режиму роботи системи з подальшим графоаналітичним визначенням параметрів симетрування і повної компенсації реактивної потужності.

Для досягнення поставленої мети необхідно проаналізувати наявний режим роботи мережі, сформулювати вимоги до параметрів симетруючого пристрою, визначити схему симетруючого пристрою і параметри її елементів, проаналізувати ефективність симетрування і компенсації, при необхідності, уточнити параметри симетруючого пристрою.

### 1. Аналіз режиму роботи мережі

Власне аналіз режиму роботи мережі полягає у визначенні струмів і напруг гілок її електричної схеми.

На рис. 1 зображена еквівалентна схема трифазної системи електропостачання з несиметричним навантаженням.

Трифазне джерело електрорухомої сили (ЕРС) симетричне, нескінченної потужності з діючим значенням гармонійної напруги  $E = 100$  В і частотою 50 Гц. Фази ліній мають однакові параметри активного опору  $R_w = 0,1$  Ом і індуктивності  $L_w = 0,001$  Гн. Активні опори і індуктивності гілок фазних навантажень наступні:  $R_{na} = 1,5$  Ом,  $R_{nb} = 1,0$  Ом,  $R_{nc} = 2,0$  Ом,  $L_{na} = 0,025$  Гн,  $L_{nb} = 0,01$  Гн,  $L_{nc} = 0,04$  Гн.

Розрахунок схеми на рис. 1 виконано відомим чином [11, 12] у комплексній формі і представлено з необхідними поясненнями у вигляді Mathcad-документа на рис. 2.

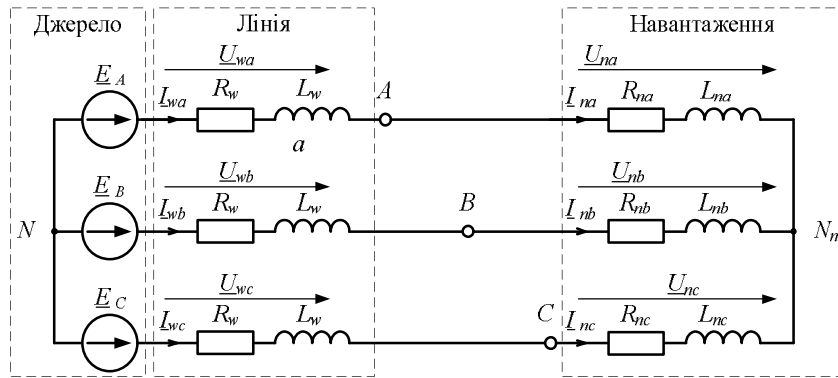


Рис. 1. Еквівалентна схема трифазної системи електропостачання з несиметричним навантаженням

Опір фази симетричної лінії	Опір навантаження фази А	Опір навантаження фази В	Опір навантаження фази С	
$r_w := 0.1 \quad L_w := 0.001$	$r_{na} := 1.5 \quad L_{na} := 0.025$	$r_{nb} := 1 \quad L_{nb} := 0.01$	$r_{nc} := 2 \quad L_{nc} := 0.04$	$\omega := 314$
$z_w := r_w + \omega L_w j$	$z_{na} := r_{na} + \omega L_{na} j$	$z_{nb} := r_{nb} + \omega L_{nb} j$	$z_{nc} := r_{nc} + \omega L_{nc} j$	
$z_w = 0.1 + 0.314j$	$z_{na} = 1.5 + 7.85j$	$z_{nb} = 1 + 3.14j$	$z_{nc} = 2 + 12.56j$	$a = e^{2 \cdot \frac{\pi}{3} j}$
	$y_{na} := (z_{na})^{-1}$	$y_{nb} := (z_{nb})^{-1}$	$y_{nc} := (z_{nc})^{-1}$	
	$z_a := z_{na} + z_w$	$z_b := z_{nb} + z_w$	$z_c := z_{nc} + z_w$	
	$y_a := z_a^{-1}$	$y_b := z_b^{-1}$	$y_c := z_c^{-1}$	
<b>Джерело живлення:</b>	$E := 100$	$E_A := E$	$E_B := E_A a^2$	$E_C := E_A a$
<b>Визначаємо струми гілок в схемі</b>				
<b>Знаходимо потенціал зсуву нейтралі навантаження</b>				
$U_{Nn} := \frac{E_A y_a + E_B y_b + E_C y_c}{y_a + y_b + y_c} = -7.859 - 38.92j$	$ U_{Nn}  = 39.705$	$\arg(U_{Nn}) = -101.416 \text{ deg}$		
<b>Визначаємо струми гілок</b>				
$I_{na} := y_a (E_A - U_{Nn}) = 7.084 - 11.823j$	$ I_{na}  = 13.783$	$\arg(I_{na}) = -59.07 \text{ deg}$		
$I_{nb} := y_b (E_B - U_{Nn}) = -16.062 + 7.085j$	$ I_{nb}  = 17.555$	$\arg(I_{nb}) = 156.196 \text{ deg}$		
$I_{nc} := y_c (E_C - U_{Nn}) = 8.977 + 4.738j$	$ I_{nc}  = 10.151$	$\arg(I_{nc}) = 27.823 \text{ deg}$		
<b>Обчислюємо симетричні складові струмів гілок</b>				
$I_{n1} := \frac{1}{3} (I_{na} + a I_{nb} + a^2 I_{nc}) = 2.864 - 13.14j$	$ I_{n1}  = 13.448$	$\arg(I_{n1}) = -77.702 \text{ deg}$		
$I_{n2} := \frac{1}{3} (I_{na} + a^2 I_{nb} + a I_{nc}) = 4.22 + 1.317j$	$ I_{n2}  = 4.421$	$\arg(I_{n2}) = 17.327 \text{ deg}$		
$I_{n0} := \frac{1}{3} (I_{na} + I_{nb} + I_{nc}) = 0$				
<b>Розрахунок значення коефіцієнту несиметрії, %, за зворотною послідовністю</b>				
$K_{nc} := \frac{ I_{n2} }{ I_{n1} } \cdot 100 = 32.871$				

Рис. 2. Mathcad-розрахунок струмів в еквівалентній схемі на рис. 1.

Аналіз результатів розрахунків, наведених на рис. 2, показує наступне:

1. Фазні струми джерела і лінії дорівнюють фазним струмам навантажень.
2. Фазні струми навантажень несиметричні і мають значні реактивні складові.
3. Кількісно несиметрія струмів джерела характеризується наявністю в струмах симетричної складової зворотної послідовності, значення коефіцієнту несиметрії за якою ( $K_{nc(2)} = 32,871\%$ ) суттєво перевищує допустиме значення

## 2. Формування вимог до параметрів симетруючого пристрою

Симетруючий пристрій (СП) підключається

ся в схемі (рис. 1) до затискачів навантаження А, В, С, згідно до рис. 3.

Вимоги до симетруючого пристрою доцільно сформулювати наступним чином.

1. Якщо ставити за мету забезпечення лише симетрування струмів джерел живлення, то СП має споживати несиметричні струми, що компенсують складову зворотної послідовності струмів навантажень.

Тоді струми ліній  $I_{wa}, I_{wb}, I_{wc}$  будуть містити лише симетричну складову прямої послідовності  $I_{n1}$  (рис. 2) від струмів навантажень з урахуванням фазного повороту, тобто:

$$I_{wa} = I_{n1} = 13,448 e^{j(-77,702^\circ)} \text{ A}; \quad (1)$$

$$\underline{I}_{wb} = \underline{I}_{n1} \cdot a^2 = 13,448 e^{j(162,298^\circ)} \text{ A}; \quad (2)$$

$$\underline{I}_{wc} = \underline{I}_{n1} \cdot a = 13,448 e^{j(42,298^\circ)} \text{ A}; \quad (3)$$

За відомими струмами фаз ліній  $\underline{I}_{wa}, \underline{I}_{wb}, \underline{I}_{wc}$  і струмами фаз навантаження  $\underline{I}_{na}, \underline{I}_{nb}, \underline{I}_{nc}$ , обчислимо за першим законом

Кірхгофа фазні струми  $\underline{I}_{ka}, \underline{I}_{kb}, \underline{I}_{kc}$  симетрувального пристрою:

$$\underline{I}_{ka} = \underline{I}_{wa} - \underline{I}_{na}; \quad (4)$$

$$\underline{I}_{kb} = \underline{I}_{wb} - \underline{I}_{nb}; \quad (5)$$

$$\underline{I}_{kc} = \underline{I}_{wc} - \underline{I}_{nc}. \quad (6)$$

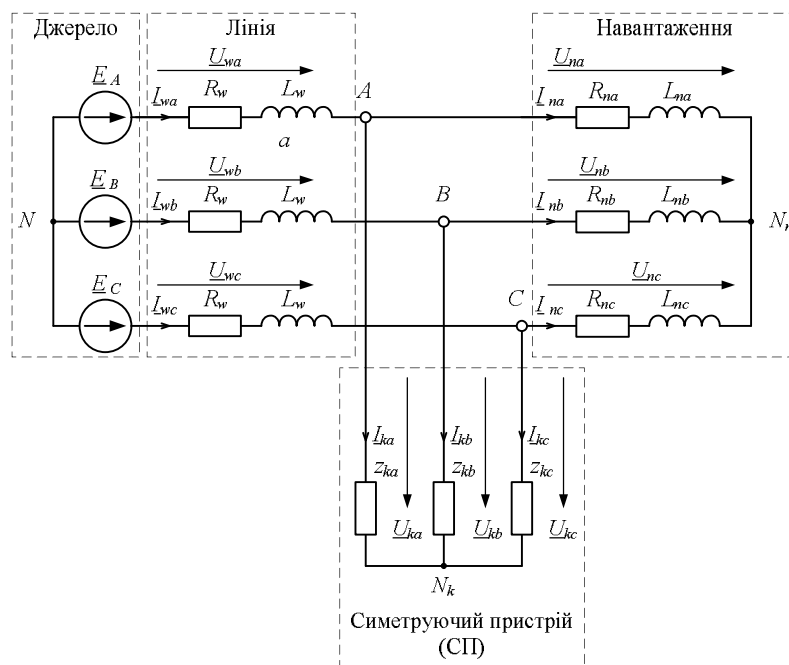


Рис. 3. Еквівалентна схема трифазної системи електропостачання з несиметричним навантаженням і підключеним симетруючим пристроєм

2. Якщо необхідно разом із симетруванням здійснювати компенсацію реактивної потужності, то СП має компенсувати і зворотну складову струму навантаження, і реактивну складову прямої послідовності струму навантаження. При виконанні цієї умови струм в лінії буде містити лише активну складову струму прямої послідовності навантаження (рис. 2):

$$\underline{I}_{wa} = \text{Re}(\underline{I}_{n1}) = 2,864 e^{j0^\circ} \text{ A}; \quad (7)$$

$$\underline{I}_{wb} = \text{Re}(\underline{I}_{n1}) \cdot a^2 = 2,864 e^{j240^\circ} \text{ A}; \quad (8)$$

$$\underline{I}_{wc} = \text{Re}(\underline{I}_{n1}) \cdot a = 2,864 e^{j120^\circ} \text{ A}. \quad (9)$$

Струми симетруючого пристрою розраховуються при цьому за виразами (4) – (6).

### 3. Визначення схеми симетруючого пристрою і параметрів її елементів

Стосовно схеми симетруючого пристрою: будемо вважати, що опори з'єднані "зіркою". При необхідності застосування схеми "трикутника" відомі опори "зірки" легко переобчислити звичайним чином.

Рішення щодо типу елементів приймається на підставі наступних міркувань: оскільки недоцільно підвищувати споживану активну потужність, то елементи СП мають бути реактивними. А оскільки є необхідність компенсувати індуктивний характер навантажень, то характер реактивності має бути ємнісним.

При прийнятті рішення про здійснення симетрування з одночасною повною компенсацією реактивної потужності слід уточнити струми навантаження для подальшого визначення струмів СП.

Прийmemo, що в режимі симетрування з повною компенсацією реактивної потужності в фазах ліній протікає симетричний активний струм  $I_{1w}$ , діюче значення якого в першому наближенні визначено шляхом розрахунків на рис. 2:

$$I_{1w} = \text{Re}(\underline{I}_{n1}) = 2,864 \text{ A}, \quad (10)$$

Фазні падіння напруги в лініях  $\underline{U}_{wa}, \underline{U}_{wb}, \underline{U}_{wc}$  при протіканні по них струму  $I_{1w}$  визначаємо так:

$$\underline{U}_{wa} = I_{1w} \cdot z_w ; \quad (11)$$

$$\underline{U}_{wb} = a^2 \cdot I_{1w} \cdot z_w ; \quad (12)$$

$$\underline{U}_{wc} = a \cdot I_{1w} \cdot z_w . \quad (13)$$

Уточнюємо потенціали  $\underline{U}_{na}, \underline{U}_{nb}, \underline{U}_{nc}$  точок  $A, B, C$  (див. рис. 3) приєднання навантаження

$$\underline{U}_{na} = \underline{E}_A - \underline{U}_{wa} ; \quad (14)$$

$$\underline{U}_{nb} = \underline{E}_B - \underline{U}_{wb} ; \quad (15)$$

$$\underline{U}_{nc} = \underline{E}_C - \underline{U}_{wc} . \quad (16)$$

Обчислюємо напругу зсуву нейтралі навантаження

$$\underline{U}_{Nnn} = \frac{\underline{U}_{na} \cdot y_{na} + \underline{U}_{nb} \cdot y_{nb} + \underline{U}_{nc} \cdot y_{nc}}{y_{na} + y_{nb} + y_{nc}} . \quad (17)$$

Уточнюємо струми в фазах навантаження:

$$\underline{I}_{nna} = (\underline{U}_{na} - \underline{U}_{Nnn}) \cdot y_{na} , \quad (18)$$

$$\underline{I}_{n nb} = (\underline{U}_{nb} - \underline{U}_{Nnn}) \cdot y_{nb} , \quad (19)$$

$$\underline{I}_{n nc} = (\underline{U}_{nc} - \underline{U}_{Nnn}) \cdot y_{nc} . \quad (20)$$

Виконуємо розрахунок фазних струмів компенсатора відповідно до (4) – (6) з урахуванням умови (10) і рівнянь (18) – (20):

$$\underline{I}_{ka} = I_{1w} - \underline{I}_{nna} ; \quad (21)$$

$$\underline{I}_{kb} = a^2 \cdot I_{1w} - \underline{I}_{n nb} ; \quad (22)$$

$$\underline{I}_{kc} = a \cdot I_{1w} - \underline{I}_{n nc} . \quad (23)$$

Результати розрахунків згідно виразів (10) – (23) наведені у вигляді Mathcad-документа на рис. 4.

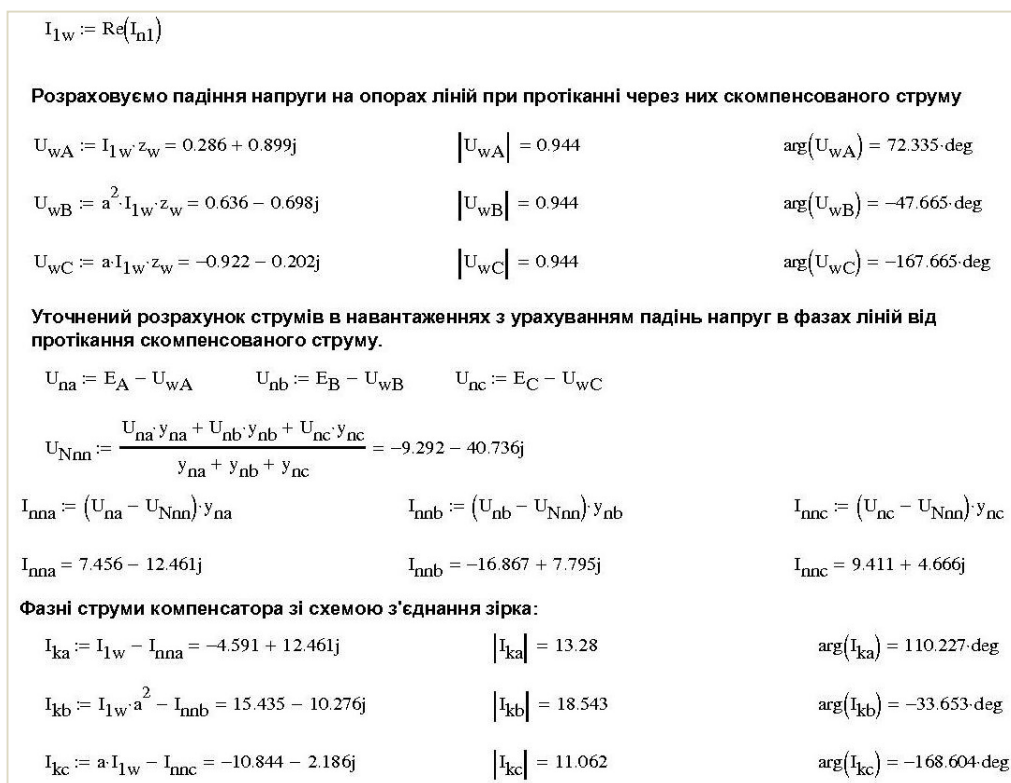


Рис. 4. Mathcad-розрахунок струмів симетруючого пристрою за схемою рис. 3, згідно до виразів (10) – (23)

Для визначення фазних опорів  $z_{ka}, z_{kb}, z_{kc}$  СП треба знати відповідні вектори фазних напруг  $\underline{U}_{ka}, \underline{U}_{kb}, \underline{U}_{kc}$ . Про вектори фазних напруг відомо, що їх начала мають потенціал точок приєднання фаз навантажень  $A, B, C$  (див. рис. 3) згідно (14) – (16), а їх кінці – потенціал загальної точки  $\underline{U}_{Nk}$  (рис. 3).

Для визначення потенціалу  $\underline{U}_{Nk}$  точки нейтралі СП  $N_k$  звернемо увагу на наступне.

Відомими параметрами фазних опорів СП є вектори фазних струмів СП. В той же час раніше було визначено, що в якості фазних опорів СП будуть використовуватись ємності. Відомо, що вектори напруг і струмів ємності відрізняються один від одного за напрямком

на кут  $\pi/2$ . Тобто, відомими параметрами про кожен вектор фазної напруги СП є, по-перше, початкові точки з потенціалами  $\underline{U}_{wa}, \underline{U}_{wb}, \underline{U}_{wc}$  відповідно до (14) – (16) і, по-друге, напрями – перпендикулярні до векторів струмів  $\underline{I}_{ka}, \underline{I}_{kb}, \underline{I}_{kc}$  за (18) – (20), що дає змогу однозначно сформувати канонічні рівняння прямих на комплексній площині.

Потенціал точки перетину прямих, що побудовані за вказаними ознаками для кожного з фазного опорів СП, і відповідає потенціалу загальної точки  $\underline{U}_{Nk}$ .

З положень лінійної алгебри відомо, що канонічне рівняння прямої на площині в ортогональних координатах  $x, y$  має вигляд

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0. \quad (24)$$

де  $A, B, C$  – постійні коефіцієнти;

$x, y$  – значення координат за ортогональними вісями.

Для комплексної площини вісь  $x$  відповідає дійсній вісі (горизонтальна вісь Re), вісь  $y$  – уявній вісі (вертикальна вісь Im).

Значення коефіцієнтів  $A_i, B_i, C_i$  канонічних рівнянь для прямих, на яких лежать відповідні вектори напруг гілок СП  $\underline{U}_{ki}$ , де  $i$  – позначення фаз  $a, b, c$  СП (рис. 3), визначаємо наступним чином:

$$A_i = \text{Im}(j \cdot \underline{I}_{ki}); \quad (25)$$

$$B_i = -\text{Re}(j \cdot \underline{I}_{ki}); \quad (26)$$

$$C_i = \text{Re}(j \cdot \underline{I}_{ki}) \cdot \text{Im}(\underline{U}_{ni}) - \text{Im}(j \cdot \underline{I}_{ki}) \cdot \text{Re}(\underline{U}_{ni}). \quad (27)$$

Для визначення координати точки перетину напрямків векторів фазних напруг слід розв'язати матричні рівняння для коефіцієнтів відповідних канонічних рівнянь. Наприклад, координати точки перетину напрямків векторів  $\underline{U}_{ka}$  і  $\underline{U}_{kb}$  визначаються матрицею-стовпцем  $NK_{ab}$ , елементами якого є дійсна  $\text{Re}_{ab}$  і уявна  $\text{Im}_{ab}$  координати точки перетину:

$$NK_{ab} = (\text{Re}_{ab} \quad \text{Im}_{ab})^T. \quad (28)$$

Матричне рівняння для визначення координат точки перетину напрямків векторів  $\underline{U}_{ka}$  і  $\underline{U}_{kb}$  має вигляд:

$$NK_{ab} = A_{ab}^{-1} C_{ab}, \quad (29)$$

$$\text{де } A_{ab} = \begin{pmatrix} A_a & B_a \\ A_b & B_b \end{pmatrix}, \quad C_{ab} = \begin{pmatrix} -C_a \\ -C_b \end{pmatrix}.$$

Елементи матриць  $A_{ab}$  і  $C_{ab}$  визначаються за виразами (25) – (27).

В процесі визначення координат потенціалу  $\underline{U}_{Nk}$  точки  $N_k$  може статись ситуація, коли координати перетину різних пар напрямків векторів будуть відрізнятись один від одного. В цьому випадку доцільно координати  $\text{Re}(\underline{U}_{Nk})$  та  $\text{Im}(\underline{U}_{Nk})$  потенціалу точки  $N_k$  прийняти такими, що відповідають центру ваги трикутника, координати вершин якого визначені при перетині відповідних пар прямих:

$$\text{Re}(\underline{U}_{Nk}) = \frac{\text{Re}_{ab} + \text{Re}_{bc} + \text{Re}_{ca}}{3}; \quad (30)$$

$$\text{Im}(\underline{U}_{Nk}) = \frac{\text{Im}_{ab} + \text{Im}_{bc} + \text{Im}_{ca}}{3}. \quad (31)$$

Після визначення за (30, 31) координат потенціалу  $\underline{U}_{Nk}$  нейтралі СП є можливість визначити вектори фазних напруг  $\underline{U}_{ka}, \underline{U}_{kb}, \underline{U}_{kc}$ :

$$\underline{U}_{ka} = \underline{U}_{na} - \underline{U}_{Nk}; \quad (32)$$

$$\underline{U}_{kb} = \underline{U}_{nb} - \underline{U}_{Nk}; \quad (33)$$

$$\underline{U}_{kc} = \underline{U}_{nc} - \underline{U}_{Nk}; \quad (34)$$

Визначаємо значення  $z_{ka}, z_{kb}, z_{kc}$  ємнісних опорів СП:

$$z_{ka} = \frac{|\underline{U}_{ka}|}{|\underline{I}_{ka}| \cdot j}; \quad z_{kb} = \frac{|\underline{U}_{kb}|}{|\underline{I}_{kb}| \cdot j} \underline{U}_{ka}; \quad z_{kc} = \frac{|\underline{U}_{kc}|}{|\underline{I}_{kc}| \cdot j}. \quad (35)$$

Результати розрахунків за виразами (24)–(35) з необхідними поясненнями наведені у вигляді Mathcad-документа на рис. 5.

#### 4. Аналіз ефективності симетрування

Для аналізу ефективності симетрування необхідно визначити струми в гілках схеми на рис. 3 з урахуванням визначених за виразом (35) значень опорів СП. Схема на рис. 3 має дев'ять гілок, шість вузлів, чотири незалежних контури. Прийняті позитивні напрямки струмів гілок позначені на рис. 3, позитивні напрямки напруг елементів схеми співпадають з позитивними напрямками струмів.

Система рівнянь за законами Кірхгофа для

схеми на рис. 3 буде містити чотири рівняння за другим законом Кірхгофа для контурів і п'ять рівнянь за першим законом Кірхгофа для вузлів  $A, B, C, N_n, N_k$ .

Елементи першого контуру і напрямок їх обходу наступний:  $E_a, z_{wa}, z_{ka}, z_{kb}, z_{wb}, E_b$ .

Елементи другого контуру і напрямок їх обходу наступний:  $E_b, z_{wb}, z_{kb}, z_{kc}, z_{wc}, E_c$ .

Елементи третього контуру і напрямок їх

обходу наступний:  $E_a, z_{wa}, z_{na}, z_{nb}, z_{wb}, E_b$ .

Елементи четвертого контуру і напрямок їх обходу наступний:  $E_b, z_{wb}, z_{nb}, z_{nc}, z_{wc}, E_c$ .

Сформуємо вектор-стовпець  $IK$  струмів гілок:

$$IK = (\underline{I}_{wa} \quad \underline{I}_{wb} \quad \underline{I}_{wc} \quad \underline{I}_{ka} \quad \underline{I}_{kb} \quad \underline{I}_{kc} \quad \underline{I}_{na} \quad \underline{I}_{nb} \quad \underline{I}_{nc})^T \quad (36)$$

**Коефіцієнти рівняння вектора напруги фази А симетруючого пристрою в канонічній формі ( $A_A x + B_A y + C_A = 0$ ):**

$$A_A := \text{Im}(j \cdot I_{ka}) \quad B_A := -\text{Re}(j \cdot I_{ka}) \quad C_A := \text{Re}(j \cdot I_{ka}) \cdot \text{Im}(U_{na}) - \text{Im}(j \cdot I_{ka}) \cdot \text{Re}(U_{na})$$

$$A_A = -4.591 \quad B_A = 12.461 \quad C_A = 469.039$$

**Коефіцієнти рівняння вектора напруги фази В симетруючого пристрою в канонічній формі ( $A_B x + B_B y + C_B = 0$ ):**

$$A_B := \text{Im}(j \cdot I_{kb}) \quad B_B := -\text{Re}(j \cdot I_{kb}) \quad C_B := \text{Re}(j \cdot I_{kb}) \cdot \text{Im}(U_{nb}) - \text{Im}(j \cdot I_{kb}) \cdot \text{Re}(U_{nb})$$

$$A_B = 15.435 \quad B_B = -10.276 \quad C_B = -101.165$$

**Коефіцієнти рівняння вектора напруги фази С симетруючого пристрою в канонічній формі ( $A_C x + B_C y + C_C = 0$ ):**

$$A_C := \text{Im}(j \cdot I_{kc}) \quad B_C := -\text{Re}(j \cdot I_{kc}) \quad C_C := \text{Re}(j \cdot I_{kc}) \cdot \text{Im}(U_{nc}) - \text{Im}(j \cdot I_{kc}) \cdot \text{Re}(U_{nc})$$

$$A_C = -10.844 \quad B_C = -2.186 \quad C_C = -342.463$$

**Знаходимо точки перетину векторів напруг ємностей симетруючого пристрою окремо для фаз а і b, b і c, c і a**

$$A_{ab} := \begin{pmatrix} A_A & B_A \\ A_B & B_B \end{pmatrix} \quad C_{ab} := \begin{pmatrix} -C_A \\ -C_B \end{pmatrix} \quad A_{bc} := \begin{pmatrix} A_B & B_B \\ A_C & B_C \end{pmatrix} \quad C_{bc} := \begin{pmatrix} -C_B \\ -C_C \end{pmatrix} \quad A_{ca} := \begin{pmatrix} A_C & B_C \\ A_A & B_A \end{pmatrix} \quad C_{ca} := \begin{pmatrix} -C_C \\ -C_A \end{pmatrix}$$

$$NK_{ab} := A_{ab}^{-1} \cdot C_{ab} = \begin{pmatrix} -24.518 \\ -46.673 \end{pmatrix} \quad NK_{bc} := A_{bc}^{-1} \cdot C_{bc} = \begin{pmatrix} -22.719 \\ -43.971 \end{pmatrix} \quad NK_{ca} := A_{ca}^{-1} \cdot C_{ca} = \begin{pmatrix} -22.336 \\ -45.87 \end{pmatrix}$$

**За результатами розрахунків видно, що координати точок перетину не співпадають. Тому приймаємо рішення про положення потенціалу нейтралі симетруючого пристрою в центрі ваги трикутника з вершинами в точках перетину пар фазних напруг**

$$N_k := \frac{NK_{ab_0} + NK_{bc_0} + NK_{ca_0}}{3} + \frac{NK_{ab_1} + NK_{bc_1} + NK_{ca_1}}{3} \cdot j = -23.191 - 45.505j$$

**Формуєм вирази для визначення векторів фазних напруг компенсатора**

$$U_{kaNk} := U_{na} - N_k = 122.905 + 44.605j \quad U_{kbBNk} := U_{nb} - N_k = -27.445 - 40.4j \quad U_{kcNk} := U_{nc} - N_k = -25.887 + 132.309j$$

**Розрахункові значення фазних опорів компенсатору:**

$$z_{ka} := \frac{|U_{kaNk}|}{|I_{ka}| \cdot j} = -9.845j \quad z_{kb} := \frac{|U_{kbBNk}|}{|I_{kb}| \cdot j} = -2.634j \quad z_{kc} := \frac{|U_{kcNk}|}{|I_{kc}| \cdot j} = -12.188j$$

Рис. 5. Графо-аналітичний Mathcad-розрахунок потенціалу точки нейтралі і фазних опорів симетруючого пристрою на рис. 3 згідно виразів (24) – (35)

З урахуванням (36) власна матриця  $F$  схеми на рис. 3 має наступний вид:

$$F = \begin{pmatrix} z_w - z_w & 0 & z_{ka} & -z_{kb} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_w - z_w & 0 & z_{kb} & -z_{kc} & 0 & 0 & 0 \\ z_w - z_w & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{na} & -z_{nb} & 0 \\ 0 & z_w - z_w & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{nb} & -z_{nc} \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(37)

Вектор-стовпець вхідних впливів  $E$  відповідно до (36), (37) має наступний вид:

$$E = (\underline{E}_{ab} \quad \underline{E}_{bc} \quad \underline{E}_{ab} \quad \underline{E}_{bc} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \quad (38)$$

де  $\underline{E}_{ab} = \underline{E}_a - \underline{E}_b$ ,  $\underline{E}_{bc} = \underline{E}_b - \underline{E}_c$ .

Вектор  $IK$  комплексних значень струмів



отримаємо в результаті рішення матричного рівняння:

$$IK = F^{-1}E \quad (39)$$

Результат рішення матричного рівняння (39) наведено у вигляді Mathcad-документа на рис. 6.

На рис. 6 звернемо увагу на значення  $I_{wa}$ ,  $I_{wb}$ ,  $I_{wc}$  фазних струмів ліній: видно, що вжитими заходами вдалося суттєво симетрувати

струми ліній у зрівнянні з первинними результатами  $I_{na}$ ,  $I_{nb}$ ,  $I_{nc}$  (див. рис. 2). Так, коефіцієнт несиметрії за зворотною послідовністю зменшився з початкового значення 32,9 % (рис. 2) до рівня 1,25 % (рис. 6), різниця фаз між векторами напруг фазних ЕРС і струмів не перевищує 0,7 електричних градусів, що дає підстави вважати вжиті заходи з симетрування і компенсації реактивної потужності в основному ефективними.

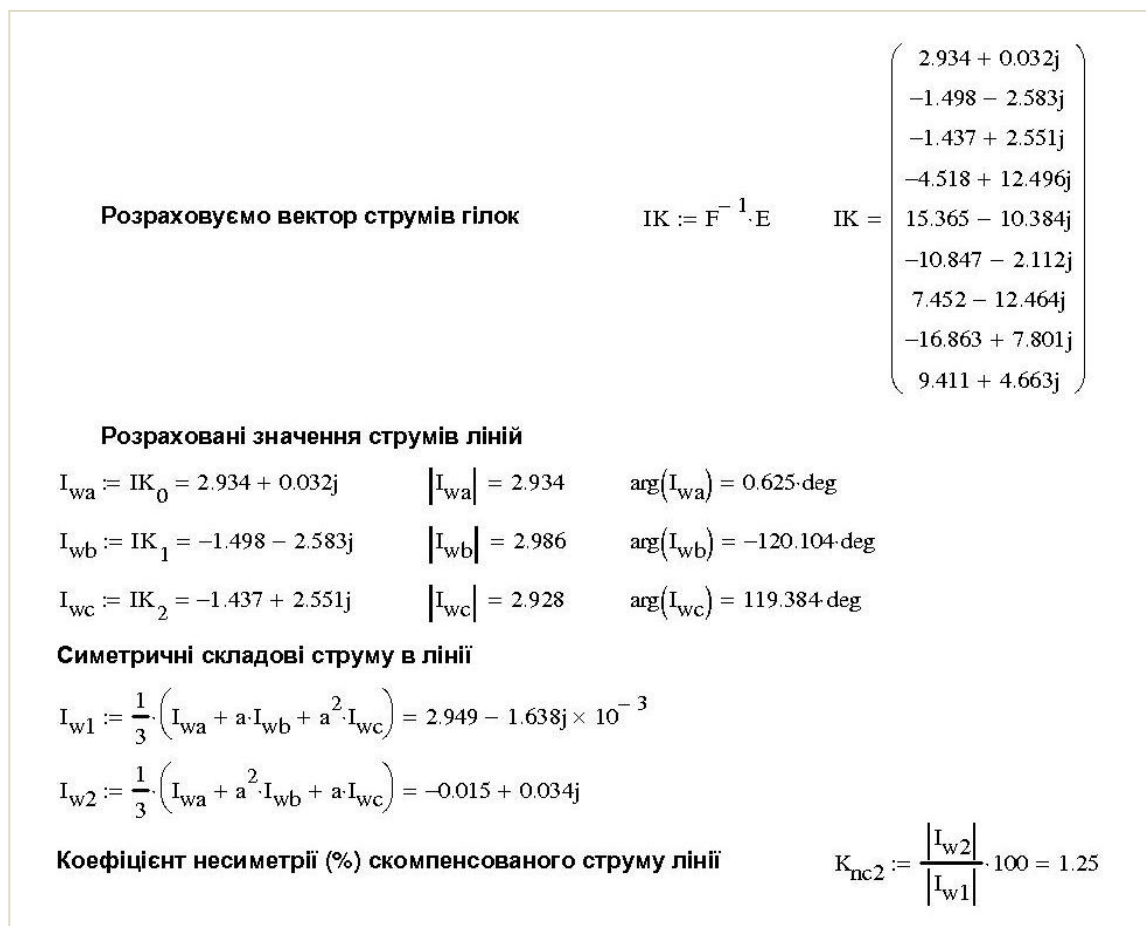


Рис. 6. Mathcad-документ розрахунку і оцінки коефіцієнту несиметрії струмів ліній при параметрах первинної компенсації

## 5. Уточнення параметрів симетруючого пристрою

Причиною неповного симетрування очевидно є неточний розрахунок значень компенсуючих опорів СП.

При аналізі причин такої неточності встановлено наступне. Після компенсації і симетрування струми ліній містять симетричну складову прямої послідовності зі значенням активної складової  $\text{Re}(I_{w1}) = 2,949$  А (рис. 6). Це значення відрізняється від значення  $I_{1w}$  першого наближення (10) і є другим наближенням значення симетричного струму в лінії

при симетрування і компенсації.

Для уточнення параметрів симетруючого пристрою достатньо лише виконати заміну в першому рядку на рис. 4 значення першого наближення симетричного струму в лінії з  $I_{1w} = 2,864$  на уточнене за результатами розрахунку (рис. 6) значення другого наближення  $I_{1w} = \text{Re}(I_{w1}) = 2,949$  А. Після цього відбудеться повний перерахунок параметрів схеми симетруючого пристрою і струмів елементів схеми за рівняннями (11) – (39).

Результати уточнених розрахунків параметрів схеми симетруючого пристрою за другим



наближенням значення симетричного струму в лініях ( $I_{w1} = \text{Re}(I_{w1}) = 2,949 \text{ A}$ ) наведено у вигляді фрагменту Mathcad-документа на рис. 7.

Результати, наведені на рис. 7 наочно ілюструють, як за рахунок уточнення параметрів симетруючого пристрою вдалося досягнути ефекту точного симетрування струмів в лініях з одночасною компенсацією реактивної потужності при несиметричному навантаженні.

При цьому результати розрахунку струмів цілком співпадають з результатами, отриманими автором роботи [6].

Необхідно зазначити, що рис. 2, 4 – 6 є послідовними частинами єдиного Mathcad-документа, яким практично здійснена реалізація графоаналітичного визначення параметрів симетрування і повної компенсації реактивної потужності для трифазної системи електропостачання.

<p><b>Розраховуємо вектор струмів гілок</b></p>	$IK := F^{-1} \cdot E$	$IK = \begin{pmatrix} 2.949 + 5.969j \times 10^{-5} \\ -1.475 - 2.554j \\ -1.475 + 2.554j \\ -4.503 + 12.462j \\ 15.389 - 10.353j \\ -10.886 - 2.109j \\ 7.452 - 12.462j \\ -16.864 + 7.799j \\ 9.412 + 4.663j \end{pmatrix}$
<p><b>Розраховані значення струмів ліній</b></p>		
$I_{wa} := IK_0 = 2.949 + 5.969j \times 10^{-5}$	$ I_{wa}  = 2.949$	$\arg(I_{wa}) = 1.16 \times 10^{-3} \cdot \text{deg}$
$I_{wb} := IK_1 = -1.475 - 2.554j$	$ I_{wb}  = 2.949$	$\arg(I_{wb}) = -120 \cdot \text{deg}$
$I_{wc} := IK_2 = -1.475 + 2.554j$	$ I_{wc}  = 2.949$	$\arg(I_{wc}) = 119.999 \cdot \text{deg}$
<p><b>Симетричні складові струму в лінії</b></p>		
$I_{w1} := \frac{1}{3} \cdot (I_{wa} + a \cdot I_{wb} + a^2 \cdot I_{wc}) = 2.949 - 3.593j \times 10^{-6}$		
$I_{w2} := \frac{1}{3} \cdot (I_{wa} + a^2 \cdot I_{wb} + a \cdot I_{wc}) = -2.843 \times 10^{-5} + 6.328j \times 10^{-5}$		
<p><b>Коефіцієнт несиметрії (%) скомпенсованого струму лінії</b></p>		$K_{nc2} := \frac{ I_{w2} }{ I_{w1} } \cdot 100 = 2.352 \times 10^{-3}$

Рис. 7. Mathcad-документ з результатами розрахунку і оцінки коефіцієнту несиметрії струмів ліній при уточнених параметрах компенсації

### Висновки

Запропонований метод дозволяє графоаналітичним шляхом отримати чисельне рішення задачі симетрування струмів в лінії і компенсації реактивної потужності в трифазній системі електропостачання при несиметричному навантаженні.

Встановлено, що параметри СП, визначені за даними первинного аналізу режиму роботи системи електропостачання при несиметричному навантаженні, не завжди забезпечують достатній ефект симетрування і компенсації. Для підвищення ефективності симетрування і компенсації параметри СП слід уточнювати за даними первинної компенсації.

### Література

1. Arrillaga J., Watson N. R., Chen S. Power system quality assessment. *John Wiley*. 2000. С. 300.
2. Acha E., Agelidis V. G., Anaya-Lara O., Miller T. J. E. Power Electronic Control in Electrical Systems. *Newnes*. 2002. С. 443. doi: 10.1016/B978-0-7506-5126-4.X5000-7.
3. Hofmann W., Schlabbach J., Just W. Reactive Power Compensation: A Practical Guide. *John Wiley & Sons*. 2012. С. 274.
4. Ягуп В. Г., Ягуп Е. В. К аналитическому определению емкостей симметрирующих конденсаторов. *Електротехніка і енергетика*. 2013. № 2 (15). С. 287-290.
5. Ягуп В. Г., Ягуп Е. В. Расчет параметров симетро-компенсирующего устройства трехфазной системы электроснабжения на основе декомпозиции системы *Технічна електродинаміка*. 2016. № 6. С. 20-26.
6. Ягуп Е. В. Моделирование несимметричной

- системы электроснабжения с использованием оптимизации для определения параметров симметрирующего устройства. *УкрДАЗТ*. 2016. № 161. С. 130-138.
7. Ягуп В. Г., Ягуп Е. В. Определение режима компенсации реактивной мощности в четырехпроводной трехфазной системе электроснабжения с помощью поисковой оптимизации. *Технічна електродинаміка*. 2016. № 1. С. 60-66.
  8. Ягуп В. Г., Ягуп Е. В. Исследование режимов полной компенсации реактивной мощности в трехфазной системе электроснабжения. *Електротехніка і Електромеханіка*. 2019. № 2. С. 61-65. doi: 10.20998/2074-272X.2019.2.09.
  9. Москалев Ю. В. Определение параметров компенсирующего устройства с несимметричной структурой для уменьшения несимметрии напряжений и компенсации реактивной мощности в низковольтной трехфазной электрической сети. *Известия Транссиба*. 2016. № 4 (28). С. 101-108.
  10. Гніліцький В. В. Розробка моделі симетрування напруг у трифазних мережах. *Восточно-Европейський журнал передових технологій*. 2015. Т. 1, № 8(73). С. 11-14.
  11. Bird J. *Electrical circuit theory and technology*. Routledge. 2017.
  12. Hnatov, A., Arhun, S., Dziubenko, O., Poni-karovska, S. Choice of Electric Engines Connection Circuits in Electric Machine Unit of Electric Power Generation Device. *Majlesi Journal of Electrical Engineering*, 2018. 12(4). P. 87-95. Retrieved from <http://mjee.iaumajlesi.ac.ir/index/index.php/ee/article/view/2760>
- ### References
1. Arrillaga J., Watson N. R., Chen S. (2000) *Power system quality assessment*. John Wiley.
  2. Acha E., Agelidis V. G., Anaya-Lara O., Miller T. J. E. (2002) *Power Electronic Control in Electrical Systems*. Newnes. doi: 10.1016/B978-0-7506-5126-4.X5000-7.
  3. Hofmann W., Schlabbach J., Just W. (2012) *Reactive Power Compensation: A Practical Guide*. John Wiley & Sons.
  4. Yagup V. G., Yagup E. V. (2016) К аналітичному визначенню параметрів симетрируючого конденсатора. [Calculating the parameters of symmetry-compensating device for three-phase electrical power system based on the system decomposition]. *Elektrotexnika i energety'ka*. 2 (15). 287-290. [in Russian].
  5. Yagup V. G., Yagup E. V. (2016) Raschet parametrov simetro-kompensiruyuschego ustroystva trehfaznoy sistemyi elektrosnabzheniya na osnove de-kompozitsii sistemyi. [Research of the modes of full compensation of reactive power in a three-phase power supply system]. *Texnichna elektrody`namika*. 6. 20-26. [in Russian].
  6. Yagup E. V. (2016) Modelirovanie nesimmetrichnoy sistemyi elektrosnabzheniya s ispolzovaniem optimizatsii dlya opredeleniya parametrov simmetriruyuschego ustroystva. [Simulation of an unbalanced power supply system using optimization to determine the parameters of a balancing device]. *UkrDAZT*. 161. 130-138. [in Russian].
  7. Yagup V. G., Yagup E. V. (2016) Opredelenie rezhima kompensatsii reaktivnoy moschnosti v chetyrehprovodnoy trehfaznoy sisteme elektrosnabzheniya s pomoschy poiskovoy optimizatsii. [Determining the mode of compensation of reactive power in a four-wire three-phase power supply system using search engine optimization]. *Texnichna elektrody`namika*. 1. 60-66. [in Russian].
  8. Yagup V. G., Yagup E. V. (2019) Issledovanie rezhimov polnoy kompensatsii reaktivnoy moschnosti v trehfaznoy sisteme elektrosnabzheniya. [Investigation of modes of full compensation of reactive power in a three-phase power supply system]. *Elektrotexnika i Elektromexanika*. 2. 61-65. doi: 10.20998/2074-272X.2019.2.09. [in Russian].
  9. Moskalev Yu. V. (2016) Opredelenie parametrov kompensiruyuschego ustroystva s nesimmetrichnoy strukturoy dlya umensheniya nesimmetrii napryazheniy i kompensatsii reaktivnoy moschnosti v nizko-voltnoy trehfaznoy elektricheskoy seti. [Determining the parameters of a compensating device with an asymmetric structure to reduce voltage unbalance and compensate reactive power in a low-voltage three-phase electric network]. *Izvestiya Transsi-ba*. 4 (28). 101-108. [in Russian].
  10. Gnilych'kyj V. V. (2015) Rozrobka modeli sy`met-ruvannya naprug u try`fazny`x merezhax. [Development of the model of voltage equation in three-phase networks]. *Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovyih tehnologiy*. 1, 8(73). 11-14. [in Ukrainian].
  11. Bird J. (2017) *Electrical circuit theory and technology*. Routledge.
  12. Hnatov, A., Arhun, S., Dziubenko, O., Poni-karovska, S. (2018). Choice of Electric Engines Connection Circuits in Electric Machine Unit of Electric Power Generation Device. *Majlesi Journal of Electrical Engineering*. 12(4). 87-95. Retrieved from <http://mjee.iaumajlesi.ac.ir/index/index.php/ee/article/view/2760>
- Шимук Дмитро Степанович<sup>1</sup>**, к.т.н., доц. тел. +38 066-458-81-29, [shimukds@gmail.com](mailto:shimukds@gmail.com), <sup>1</sup>Харківський національний університет Повітряних сил імені Івана Кожедуба, Інститут цивільної авіації, 61023, м. Харків, вул. Сумська 77/79.
- Графоаналитическое определение параметров симметрирования и полной компенсации реактивной мощности для трехфазной**

### системы электроснабжения

**Аннотация.** Выполнен предварительный анализ режима работы трехфазной системы электроснабжения с несимметричной нагрузкой, определены предварительные требования к параметрам симметрирующего устройства и разработана методика графоаналитического расчета указанных параметров. После проверки эффективности симметрирования и компенсации реактивной мощности и последующего расчетного уточнения параметров токи источников питания стали симметричными, реактивная мощность в сети снижена практически до нуля.

**Ключевые слова:** трехфазная система, несимметрия, симметрирующее устройство, компенсация реактивной мощности.

**Шимук Дмитрий Степанович**<sup>1</sup>, к.т.н., доц. тел. +38 066-458-81-29, shimukds@gmail.com,

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет Воздушных сил имени Ивана Кожедуба, Институт гражданской авиации, 61023, г. Харьков, ул. Сумская 77/79.

### Graphoanalytic determination of symmetry parameters and total compensation of reactive power for a three-phase power supply system

**Abstract. Problem.** The simulation of currents and voltages in electric three-phase power supply systems is an important means of improving the quality of electrical supply. It is precisely the alignment of the values of currents in the phases of electricity supply lines, thus, the power supplies are loaded evenly. In addition to the symmetry to reduce losses in the transmission of electrical energy, it is necessary to provide transmission from the source to the loading of only active power. Therefore, it is necessary to determine the parameters of symmetric-compensating devices, which, given the fact that active-reactive line resistance is taken into account, is a rather complicated task. Numerical optimization algorithms are used to solve this problem, the disadvantage of which is the possibility of not receiving a solution due to unsuccessful selection of initial approximation of parameters and (or) excessive number of computational operations. To solve such problems, symmetro-compensating devices are used. The need to take into account the influence of active-reactive resistance of transmission lines with accurate calculation of the parameters of symmetro-compensating devices requires the use of computer models and numerical optimization methods and subroutines. **Goal.** Development of the method of determining the

parameters of the symmetrical device for three-phase power supply systems, based on the analysis of the existing operating mode of the system with subsequent graph-analytical determination of the parameters of the symmetry and full compensation of reactive power. **Methodology.** The complex methods of analysis of linear electric circuits are used. To determine the requirements of symmetry and compensation, the method of symmetric components is used. To determine the parameters of the compensating device, methods of analytic geometry are used, as well as matrix methods for solving systems of linear algebraic equations. **Results.** The proposed method allows graphoanalytic way to obtain a numerical solution to the problem of symmetry of currents in the line and compensation of reactive power in a three-phase power supply system with asymmetric load. It has been established that the parameters of the symmetric device, determined from the data of the initial analysis of the mode of operation of the power supply system with an asymmetric load, do not always provide a sufficient effect of symmetry and compensation. To improve the efficiency of the symmetry and compensation parameters of the simulating device should be specified according to the primary compensation. **Originality.** It is proposed to make an initial assessment of the mode of operation of the power supply system. Based on the initial assessment, the primary requirements for the parameters of symmetry and compensation are determined. Approximate values of the parameters of the symmetry and compensation are determined by processing the initial requirements by methods of analytical geometry. The effect of primary symmetry and primary compensation was estimated, and the primary requirements were clarified. After the correction, the full effect of the symmetry of currents and the compensation of reactive power in the lines of the power supply system have been achieved. **Practical value.** The proposed method allows to calculate the parameters of the symmetric compensation devices with high accuracy taking into account the resistance of lines in power supply systems with a wide range of changes in asymmetry and reactivity of loads, which ensures reduction of losses due to excessive asymmetry and reactivity of consumers.

**Key words:** three-phase system, asymmetry, symmetrical device, reactive power compensation.

**Shymuk Dmytro**<sup>1</sup>, Ph.D., Ass., tel. + 38 066-458-81-29 shimukds@gmail.com.,

<sup>1</sup>Ivan Kozhedub Kharkiv University of Air Force, Sumy 77/79 street, Kharkiv, 61023, Ukraine.